

基于模糊综合决策的直齿圆柱齿轮齿廓最佳修形

罗彪^{1,2)}, 李威¹⁾✉, 于静¹⁾

1) 北京科技大学机械工程学院, 北京 100083 2) 南华大学机械工程学院, 衡阳 421001

✉ 通信作者, E-mail: liwei@me.ustb.edu.cn

摘 要 在时变啮合刚度和 Blok 闪温理论的基础之上,系统地分析齿廓修形参数对齿间载荷分配、传动误差和齿面闪温的影响,并确定在单目标条件下齿廓修形的最佳修形参数。基于模糊综合决策理论,确定了综合考虑多目标条件下齿廓修形最佳修形参数。引入多目标条件下修形量的修正系数 X_c ,确定修正系数 X_c 的值,并给出多目标条件下修形量的计算公式。综合最佳修形参数的最大修形量,取单双齿啮合区交替点 B 和 D 的变形量乘以修正系数 X_c ,修形指数取 1.43,修形方式为长修形。

关键词 直齿圆柱齿轮; 齿廓; 传动误差; 修形; 最佳化; 模糊集理论

分类号 TH132.4

Tooth profile modification of the spur gear based on fuzzy comprehensive decision

LUO Biao^{1,2)}, LI Wei¹⁾✉, YU Jing¹⁾

1) School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China

2) School of Mechanical Engineering, University of South China, Hengyang 421001, China

✉ Corresponding author, E-mail: liwei@me.ustb.edu.cn

ABSTRACT Based on the time-varying mesh stiffness and the Blok flash temperature theory, the influence of tooth profile modification parameters on the load sharing ratio, transmission error and tooth surface flash temperature were systematically analyzed in this paper. The optimum tooth profile modification parameters were identified under the single-objective condition. On the other side, based on the fuzzy comprehensive decision theory, the optimum tooth profile modification parameters were identified under the multi-objective condition. The correction factor X_c was proposed, and its value was also given. Then a formula was introduced for calculating the modification amount. By the comprehensive optimum parameters of tooth profile modification, the maximum amount of tooth profile modification is the X_c times of the deformation of the alternating points B or D of the single and double tooth meshing regions under the condition that the modification index is 1.43 and the modification form is long modification.

KEY WORDS spur gears; tooth profiles; transmission errors; modification; optimization; fuzzy set theory

在齿轮的啮合过程中即使外部载荷恒定不变,在轮齿内部的实际载荷也会发生变化与波动。齿廓修形是解决“顶刃”现象及齿间载荷突变,从而改善误差波动的有效方法;同时齿廓修形对于降低齿面的最高闪温,最终改善齿轮传动过程中的热行为,提高齿轮的胶合承载能力^[1]也有很大的帮助。Bonori 等^[2]、Barbieri 等^[3]和 Fuentes 等^[4]优化了轮齿齿廓;Chapron 等^[5]研

究了齿廓修形对行星齿轮传动中动载荷的影响;蒋进科等^[6]对人字齿的修形进行了优化,保证了齿面载荷的整体均匀;Pedrero 等^[7]研究了修形状态下轮齿的载荷及应力分布;陈思雨等^[8]研究了修形对齿轮系统动力学性能的影响;薛建华和李威^[9]给出了齿轮温度场的预测方法;Wang 和 Cheng^[10]研究了直齿轮的动载荷及齿面温度;Anifantis 和 Dimarogonas^[11]研究了齿轮的

收稿日期: 2015-12-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51275035)

本体温度与齿面闪温; 杨龙等^[3]研究了齿廓修形对轮齿本体温度的影响; 于东洋等^[3]研究了变位及修形对齿面接触温度的影响; 薛建华和李威^[4]研究了修形对载荷和传动误差的影响. 本文以时变啮合刚度^[5]为基础, 分析了修形对齿间载荷分布及传动误差, 以及齿面闪温的影响; 分别确定了在长修形方式下仅考虑修形对齿间载荷、传动误差、齿面闪温等单目标时的最佳修形参数; 并通过模糊综合决策确定了多目标条件下的最佳修形参数. 同时为了得到更加普适的结果, 引入了多目标条件下修形量的修正系数 X_c , 给出了多目标条件下修形量的计算公式.

1 齿廓修形机理及修形方式

本文采用主动轮和从动轮齿顶同时进行修形的方式, 修形量沿啮合线的分布如图 1 所示, 其修形量由下式确定:

$$\Delta = \Delta_{\max} (x/L)^{\beta_c} \quad (1)$$

式中: $\Delta_{\max}$ 为最大修形量, 由式 $\Delta_{\max} = \delta \pm \Delta_{fb}$ 确定, 其中 δ 为单双齿交替处 B 和 D 点的变形量, Δ_{fb} 为基节误差的大小, 正负号根据基节误差的方向确定; x 为啮合线上双齿啮合区内任一点 K 到单齿啮合区的下界点 B 或上界点 D 的距离; L 为啮合线上双齿啮合区的长度; β_c 为修形指数.

若为短修形, 则取修形段的长度为啮合线上双齿啮合区长度的一半, 即 $L = \frac{1}{2} \overline{AB}$. 此时 x 为啮合线上双齿啮合区修形段内任一点 K 到双齿啮合区中点 B_1 或 D_1 点的距离.

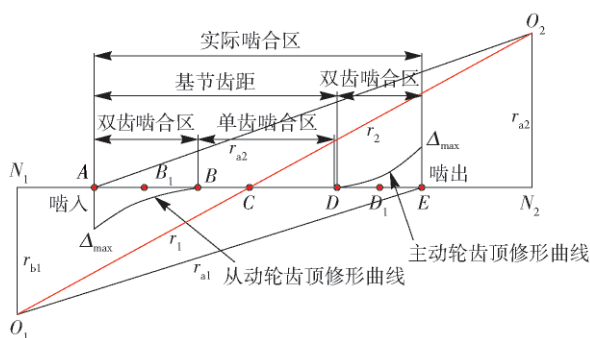


图 1 修形量沿啮合线的分布

Fig. 1 Amount of modification distribution along the meshing line

2 齿廓修形对齿间载荷分布系数及传动误差的影响

对于重合度在 1~2 之间的常用齿轮, 在啮合过程中将出现单、双齿交替承载的情况, 如图 1 所示, 在未修形的情况下 B 和 D 点处出现载荷的突变, 因而引起冲击.

2.1 齿间载荷分配系数及传动误差

在单齿啮合区只有一对齿承受载荷, 不存在载荷的分配问题; 在双齿啮合区, 齿间载荷的分配可以等效为刚度不同的两个并联弹簧共同受载时的载荷分布, 如图 2 所示, 其载荷分配系数可由下式确定:

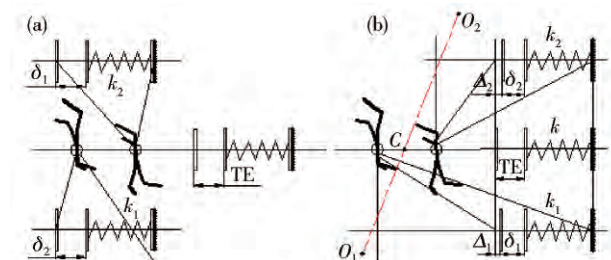


图 2 双齿啮合区齿间载荷分配模型. (a) 未修形齿副; (b) 齿廓修形齿副

Fig. 2 Load distribution model: (a) gear pair without modification; (b) gear pair with modification

$$\begin{cases} \zeta_1 = \frac{k_1}{k_1 + k_2} \left[1 + \frac{k_2 (\Delta_2 - \Delta_1)}{w} \right], \\ \zeta_2 = \frac{k_2}{k_1 + k_2} \left[1 + \frac{k_1 (\Delta_1 - \Delta_2)}{w} \right]. \end{cases} \quad (2)$$

下式为单、双齿啮合的判断准则:

$$|\Delta_1 - \Delta_2| \leq \min (w/k_1, w/k_2). \quad (3)$$

式中: ζ_1 和 ζ_2 分别为啮合齿轮对 1 和 2 的载荷分配系数; k_1 和 k_2 分别为啮合齿轮对 1 和 2 的啮合刚度, 其具体计算方法详见文献 [5]; Δ_1 和 Δ_2 分别为啮合齿轮对 1 和 2 的修形量; w 为齿轮传递的单位线载荷.

在不考虑基节误差的情况下, 对于未修形的齿轮对, 其载荷分配情况只要将式 (2) 中的 Δ_1 和 Δ_2 设为零即可得到. 但在实际情况下, 基节误差是不可避免的, 在存在基节误差的情况下齿间的载荷分布情况, 可将基节误差 Δ_{fb} 看作最大修形量 $\Delta_{\max}$ 的一部分, 从而可以得到齿间的载荷分布情况.

齿轮传动误差主要包括齿轮的基节误差、修形量、在啮合过程中的变形量等, 从减振降噪的角度主要考虑误差的波动, 误差大小由下式确定:

$$\begin{aligned} TE = & \begin{cases} (w + k_1 \Delta_1 + k_2 \Delta_2) / (k_1 + k_2), & |\Delta_1 - \Delta_2| \leq \min (w/k_1, w/k_2); \\ \Delta_1 + w/k_1, & \Delta_2 - \Delta_1 > w/k_1; \\ \Delta_2 + w/k_2, & \Delta_1 - \Delta_2 > w/k_2. \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

在未修形状态下, 齿间载荷分配及传动误差沿啮合线的分布如图 3 所示, 图中水平坐标轴符号 Γ 表示啮合线的归一化坐标, 其与齿轮啮合点压力角之间的关系及具体计算方法见参考文献 [6]. 本文研究对象的基本参数如表 1 所示.

表 1 研究对象基本参数表

Table 1 Basic parameter list of the study object

齿轮几何参数					载荷参数	
齿数, z_1/z_2	模数, m/mm	压力角, $\alpha/(\circ)$	齿宽, b/mm	变位系数, x_1/x_2	功率, P/kW	主动轮转速, $n_1/(\text{r}\cdot\text{min}^{-1})$
27/35	3	20	25	0/0	80	2000
材料参数						
弹性模量, E/MPa	泊松比, ν	密度, $\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	比热容, $c/(\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	导热率, $\lambda/(\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$		
2.06×10^5	0.3	7850	465	46		

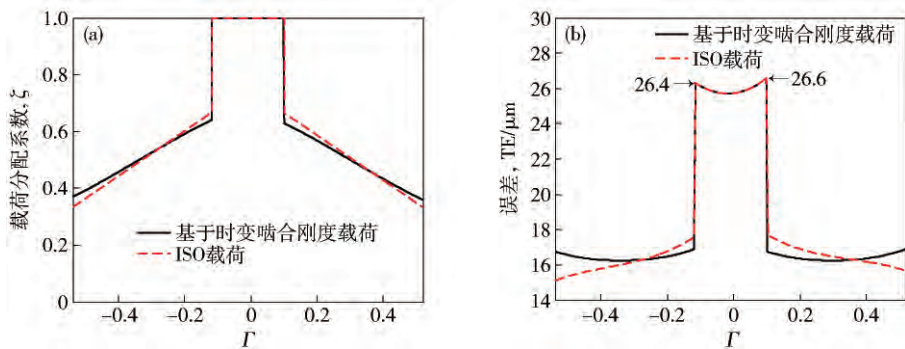


图 3 齿间载荷分配系数及传动误差沿啮合线的分布。(a) 齿间载荷分配系数;(b) 传动误差

Fig. 3 Distribution of load-sharing ratio and transmission error along the meshing line: (a) load sharing-ratio; (b) transmission error

从图 3 中可以看出:在单、双齿啮合的交替点 B 、 D 处存在载荷突变,由 0.64 突变到 1,突变率 36%;同时传动误差在 B 、 D 点也存在突变,且在 D 点处取误差的最大值 $26.6\text{ }\mu\text{m}$,在双齿啮合区的中间部位取最小值 $16.2\text{ }\mu\text{m}$,误差波动率 39.1%。从数值上看 B 、 D 的差距很小,根据修形机理,修形函数中最大修形量 Δ_{max} 取 B 、 D 点处的变形量,在不考虑基节误差的情况下,该值即为 B 、 D 点处的传动误差。本文主、从动轮的最大修形量均取 $26.5\text{ }\mu\text{m}$ 。

2.2 修形参数对齿间载荷分配系数及传动误差的影响

根据以上分析,仅以载荷分布或传动误差为单目标的情况下,齿廓修形的最大修形量 Δ_{max} 取 $26.5\text{ }\mu\text{m}$ 。下面将研究在不同修形参数情况下齿间载荷分配和传动误差的情况。具体如图 4 和图 5 所示。

从以上各图可以看出不同的修形参数对齿间载荷分配及传动误差均有影响,只是在影响效果上存在差别。对于齿间的载荷分配来讲,最大修形量 Δ_{max} 决定双齿啮合区载荷分配系数 ζ 能否由 0 连续变化到 1 而不产生载荷突变,影响其连续性;修形方式和修形指数则影响双齿啮合区载荷分配系数 ζ 变化的非线性程度。当 Δ_{max} 大于某个临界值时,在双啮合区的载荷分配系数仍将由 0 逐渐增加到 1。但是由于修形量过大,出现双齿啮合区推迟进入,提前退出的现象;即双齿啮合区减小,单齿啮合区增大的现象。

误差的波动是减振降噪的关键,因此齿廓修形的首要目的是保证误差在啮合过程中的变化平稳。对于

传动误差来讲三个修形参数对其影响均很大。由图 5 可以看出在长修形方式下,最大修形量取 B 、 D 点的变形量,修形指数取 1.43,在整个啮合过程中误差保持在 B 、 D 点的变形量基本不变。

综合以上分析,以齿间载荷分配系数或传动误差为单目标的齿廓修形,其修形方式以长修形为最佳,最大修形量 Δ_{max} 的最佳值可取 B 、 D 点的变形量,修形指数取 1.43。可将以上参数称为以齿间载荷分配系数或传动误差为单目标的齿廓修形最佳参数。

3 齿廓修形对齿面闪温的影响

齿面闪温是影响齿轮胶合承载能力的主要因素。闪温是由啮合面间的相对滑动产生摩擦热,从而在齿面产生局部瞬时高温。

3.1 修形对齿面闪温的影响

$$\theta_{\text{fa}} = 0.785 \times \frac{f w_b |v_{p1} - v_{p2}|}{(\sqrt{\lambda_1 \gamma_1 c_1 v_{p1}} + \sqrt{\lambda_2 \gamma_2 c_2 v_{p2}}) \sqrt{b_1}} \quad (5)$$

式中: w_b 为端面内单位齿宽上的法向载荷; v_{p1} 和 v_{p2} 分别为啮合点处齿轮 1、2 的切向速度; f 为摩擦系数; λ 、 γ 和 c 分别为齿轮材料的导热率、比重和比热容,下标 1、2 分别表示齿轮 1、2; b_1 为啮合点处的接触半带宽,

$$\text{由式 } b_1 = \sqrt{\frac{4 w_b \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)}{\pi \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right)}} \text{ 计算得出; } \nu \text{ 和 } E \text{ 分}$$

别为齿轮材料的泊松比及弹性模量; ρ 为啮合点的曲

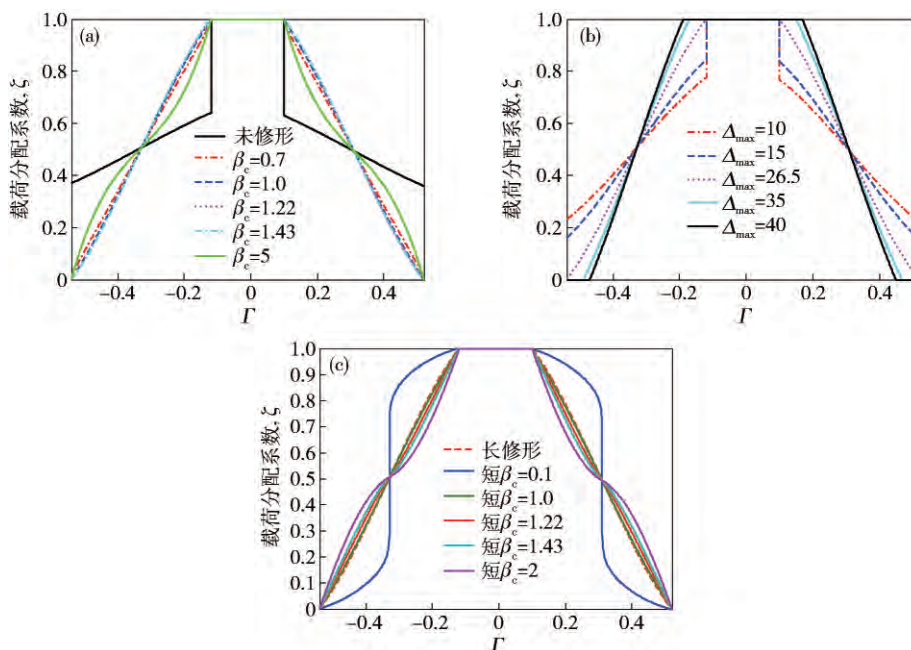


图4 修形参数对齿间载荷分配系数的影响。(a) 修形指数对载荷分配的影响; (b) 修形量对载荷分配的影响; (c) 修形方式对载荷分配的影响

Fig.4 Influence of tooth profile modification on the load-sharing ratio: (a) influence of the modification index on the load-sharing ratio; (b) influence of the modification amount on the load-sharing ratio; (c) influence of the modification method on the load-sharing ratio

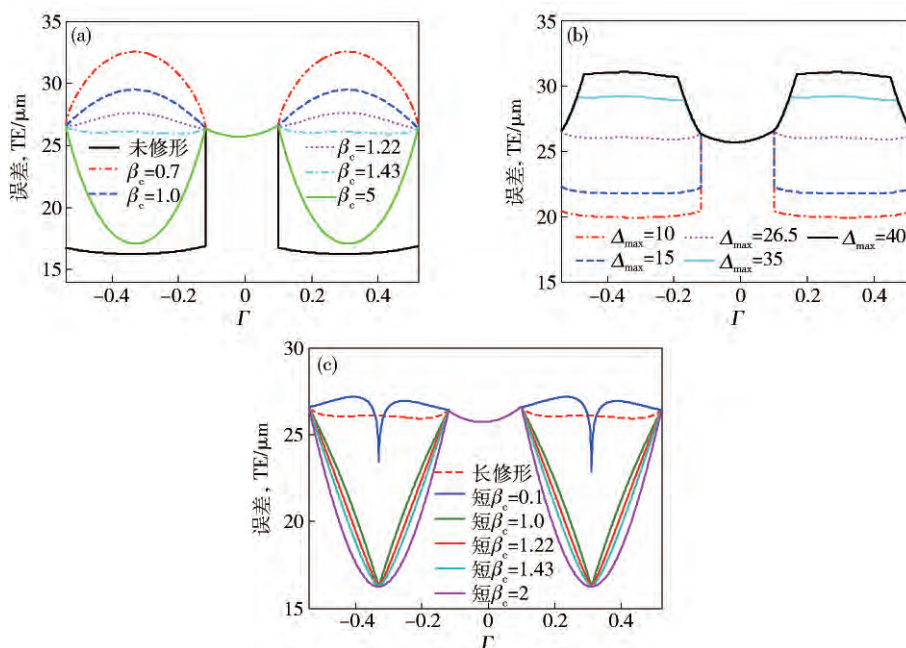


图5 修形参数对传动误差的影响。(a) 修形指数对误差的影响; (b) 修形量对误差的影响; (c) 修形方式对误差的影响

Fig.5 Influence of tooth profile modification on the transmission error: (a) influence of the modification index on the transmission error; (b) influence of the modification amount on the transmission error; (c) influence of the modification method on the transmission error

率半径,下标 1、2 分别表示齿轮 1、2。式中各个物理量的具体计算方法详见参考文献 [6]。

根据 Blok 闪温计算式(5)可知,齿面闪温与齿面间的相对滑动速度 $|v_{p1} - v_{p2}|$ 、载荷 w_b 和摩擦系数 f 成正比,若只考虑相对滑动速度 $|v_{p1} - v_{p2}|$ 单一因素,闪温高温区应出现在相对滑动速度最大的齿顶和齿根部

位。从载荷 w_b 角度考虑,齿廓修形可以有效消除载荷冲击,降低啮入点 A 和啮出点 E 附近的载荷,因此齿廓修形可以有效降低齿面闪温。针对本文研究对象,齿面闪温沿啮合线的分布如图 6 所示。

由图 6(a) 可知在不同载荷条件下闪温沿啮合线均成 V 形分布,其主要区别在双齿啮合区,且最高闪

温点均为 A 点. 因此齿面闪温沿啮合线的分布取决于载荷分配系数, 并与载荷分配系数成正比. 齿廓修形可以很好改善双齿啮合区的载荷分配情况, 并将闪温最高点 A 的载荷分配系数降为 0, 因此齿廓修形可以

改变闪温沿啮合线的分布, 并有效降低齿面最高闪温. 由图 6(b) 可知修形条件下齿面闪温沿啮合线成 M 形分布, 最高闪温点出现在啮入端的双齿啮合区中部, 最高闪温由 48°C 降低到 35°C , 降低 27%.

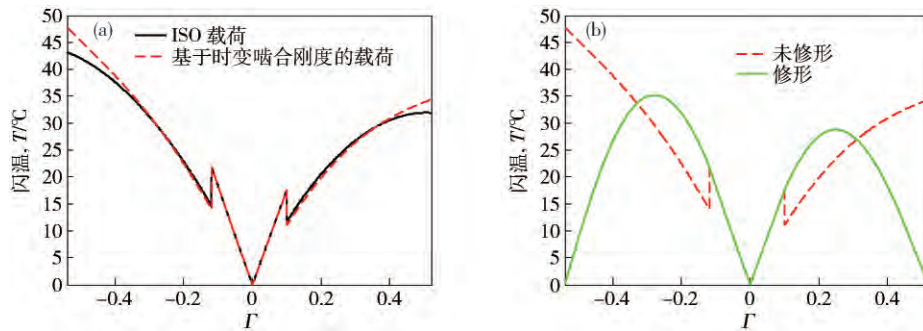


图 6 闪温沿啮合线分布图. (a) 不同载荷闪温; (b) 修形闪温

Fig. 6 Distribution of the flash temperature along the meshing line: (a) flash temperature with different loads; (b) flash temperature with tooth profile modification

3.2 修形参数对闪温的影响

在不同修形参数的条件下, 基于 Blok 闪温理论计算得到的齿面闪温沿啮合线的分布如图 7 所示.

由图 7 可知, 不论是在长修形还是在短修形方式下, 最大修形量 $\Delta_{\max}$ 的大小是决定齿面闪温最大值的主要因素, 修形指数 β_c 是决定齿面最高闪温对修形量的敏感程度以及最高闪温点的位置的主要因素, 最高闪温值始终出现在啮入端的双齿啮合区. 当 $\Delta_{\max}$ 由零逐渐增大时, 齿顶和齿根位置的闪温逐渐降低直到零

为止; 同时齿面的最高闪温点位置由 A 点逐步移向 B 点, 但齿面的最高闪温值先降低后增加. 值得注意的是, 当 $\Delta_{\max}$ 取 B, D 的变形量时, 齿面闪温的最大值并不取最小值, 也就是说在考虑修形对齿面闪温的影响时, 前述分析的以齿间载荷分配系数或传动误差为单目标的齿廓修形的最佳修形参数并非最佳.

3.3 考虑齿面闪温条件下的最佳修形参数

由图 7 可知, 在不同修形参数下, 齿面闪温的分布曲线均相交于同一点, 该点位于双齿啮合区的中间部

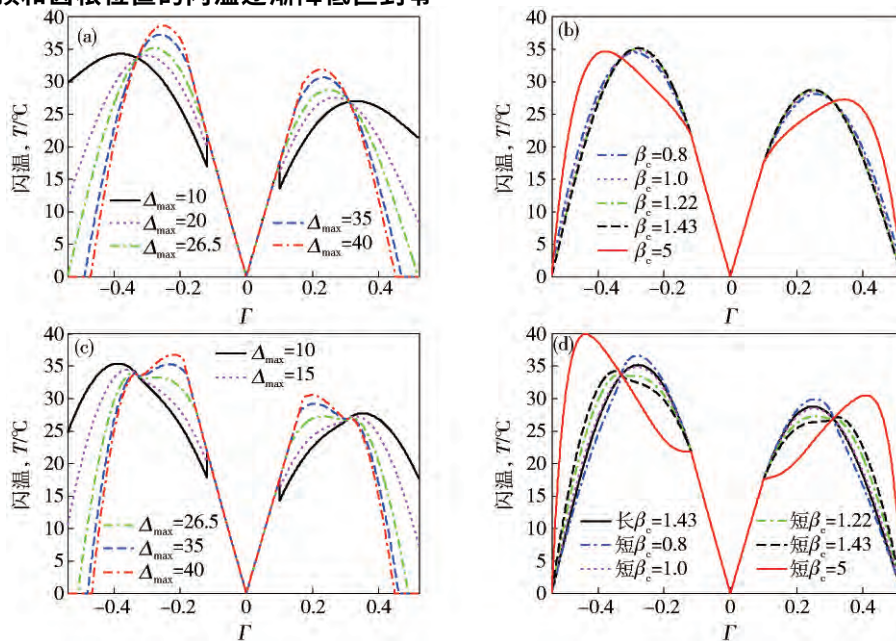


图 7 修形参数对闪温的影响. (a) 长修形最大修形量对闪温的影响; (b) 长修形修形指数对闪温的影响; (c) 短修形最大修形量对闪温的影响; (d) 短修形修形指数对闪温的影响

Fig. 7 Influence of tooth profile modification on the flash temperature: (a) influence of the modification amount on the flash temperature with a long modification way; (b) influence of the modification index on the flash temperature with a long modification way; (c) influence of the modification amount on the flash temperature with a short modification way; (d) influence of the modification index on the flash temperature with a short modification way

位 B 和 D' 点. 由于齿面最高闪温点出现在啮入端的双齿啮合区, 因此在修形情况下, 齿面闪温的最大值不能低于 B' 点的闪温值. 故考虑齿面闪温条件下的最佳修形参数, 即为找到一组修形参数使得齿面的最高闪温点刚好落在 B' 点.

由 Blok 闪温计算式(5)可知, 修形对闪温的影响, 主要影响计算公式中的单位线载荷, 也就是齿间的载荷分布系数. 在不同修形参数下 B' 点闪温值始终不变等价于 B' 点载荷分配系数与修形无关. 由载荷分配系数的计算式(1)可知, B' 点参与啮合的两对齿的修形量相等, 即式(1)中的 $\Delta_1 - \Delta_2 = 0$. 在归一化坐标系^[3]中, 任意一点的修形量由式(6)确定.

$$\begin{cases} \Delta_1 = \Delta_{\max} \left(\frac{\Gamma_x - \Gamma_B}{\Gamma_A - \Gamma_B} \right)^{\beta_s}, \\ \Delta_2 = \Delta_{\max} \left[\frac{\Gamma_D - (\Gamma_x + \Gamma_{Pn})}{\Gamma_D - \Gamma_E} \right]^{\beta_s}. \end{cases} \quad (6)$$

式中 Γ_A 、 Γ_B 、 Γ_D 和 Γ_E 为啮合线上 A 、 B 、 D 和 E 点的归一化坐标, Γ_x 为啮入端双齿啮合区 AB 段上任意一点

的归一化坐标, Γ_{Pn} 为基圆齿距对应的归一化坐标长度. 由 $\Delta_2 - \Delta_1 = 0$ 可得

$$\Gamma_D - (\Gamma_x + \Gamma_{Pn}) = \Gamma_x - \Gamma_B \Rightarrow \Gamma_x = \Gamma_{B'} = \frac{1}{2}(\Gamma_B + \Gamma_D - \Gamma_{Pn}) = \frac{1}{2}(\Gamma_A + \Gamma_B).$$

即 B' 点为双齿啮合区 AB 段的中点 B_1 . 将 $\Gamma_{B'}$ 代入式(5)计算出闪温值, 即在最佳修形参数下齿面闪温的最大值. 再通过反算求出此时的最佳修形参数. 针对本文研究对象, 在长修形方式下, 最大修形量 $\Delta_{\max}$ 取 B' 点的变形量 $16.2 \mu\text{m}$, 修形指数取 1.43, 齿面的最高闪温出现在 B' 点, 最高闪温值为 33.7°C .

综合以上分析, 以降低齿面最高闪温值为单目标的齿廓修形, 其修形方式以长修形为最佳, 最大修形量 $\Delta_{\max}$ 的最佳值取啮入端双齿啮合区的中点 B_1 的变形量, 最佳修形指数取 1.43. 可将以上修形参数称为以降低齿面闪温为单目标的齿廓修形最佳参数. 在最佳修形参数下齿面的闪温分布如图 8(a) 中洋红色曲线所示.

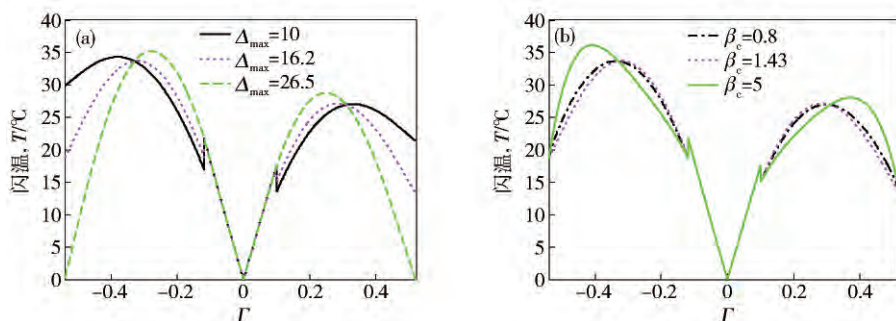


图 8 最佳修形参数下齿面的闪温分布. (a) 修形量的影响; (b) 修形指数的影响

Fig. 8 Flash temperature under the optimal parameters: (a) influence of the modification amount; (b) influence of the modification index

4 基于模糊综合决策的齿廓最佳修形参数的确定

综合以上分析, 在以载荷分配或传动误差为单目标的齿廓修形中存在一组最佳修形参数, 在以降低齿面最高闪温为单目标的齿廓修形中也存在一组最佳修形参数, 两组参数在最佳修形量上存在差异. 在实际的工程应用中载荷冲击和误差波动是衡量齿轮传动系统动力学性能的主要因素, 而闪温是衡量研究对象胶合承载能力的主要因素. 在综合考虑载荷冲击、误差波动和齿面闪温的多目标情况下, 适当选取修形参数既能有效的提高研究对象的动力学性能, 使其达到最佳的减振降噪效果, 又能最大限度的降低最高闪温, 提高研究对象的胶合承载能力. 下面将以模糊综合决策的方法确定多目标条件下齿廓修行的最佳修形参数.

(1) 确定最大修形量的备择集 B . 通过本文前述分析, 两组最佳修形参数在最佳修形量上存在差异, 其

值分别为 $26.5 \mu\text{m}$ 和 $16.2 \mu\text{m}$, 在两个值之间取五等分, 形成六个离散的最佳修形量的备择集 B .

$$B = \{26.5 \quad 24.5 \quad 22.5 \quad 20.5 \quad 18.5 \quad 16.2\}.$$

(2) 确定修形量的评价因素集 A . 最佳修形量的评价因素主要为载荷分配、传动误差以及齿面闪温, 因此修形量的评价因素集为

$$A = (\text{载荷分配} \quad \text{传动误差} \quad \text{齿面闪温}).$$

(3) 确定评价因素集的权重集向量 a . 权重反映的是各个因素在综合决策中的重要程度, 直接影响综合决策的结果. 对于本文的研究对象, 载荷分配对齿轮传动系统的动力学性能、齿面接触强度、齿根弯曲强度、齿轮的胶合承载能力等都有重要的影响; 传动误差主要影响齿轮传动系统的动力学性能, 而对于高速重载齿轮减振降噪以及降低系统运动过程中的冲击载荷是系统设计和校核的重要目标; 而齿面闪温主要影响齿轮的胶合承载能力. 给定最大修形量 $5 \mu\text{m}$ 的扰动, 此时齿轮传动系统的载荷分配系数、传动误差和齿面闪温的变化情况如表 2 所示.

表 2 修形量的变化对载荷分配系数、传动误差和齿面闪温的影响

Table 2 Influence of the modification amount on the load-sharing ratio, transmission error and flash temperature

载荷分配系数	修形量/ μm	关键点载荷分配系数				平均突变率/%
		A	B	D	E	
	26.5	0	1	1	0	0
	21.5	0.071	0.933	0.928	0.066	6.9
传动误差	修形量/ μm	误差最大值/ μm	误差最小值/ μm	误差波动率/%	最终波动率/%	
	26.5	26.6	25.7	3.38		
	21.5	26.6	24.2	9.02		5.64
齿面闪温	修形量/ μm	齿面最高闪温/ $^{\circ}\text{C}$		闪温变化率/%		
	16.2	33.7				
	21.2	34.2		1.48		

根据表 3 的数据分析可知,当最大修形量存在一定扰动时,传动系统的载荷分配系数、传动误差和齿面闪温对扰动的响应是不同的.将响应进行归一化处理后可得,修形量的三个评价因素对扰动的响应比为 4.66:3.81:1,取整后为 5:4:1.响应比反应了修形量对相应评价因素影响程度的大小,可以作为修形量评价因素集的权重集的参考.因此综合以上分析,修形量评价因素集的权重集向量 a 确定如下:

$$a = (0.5 \quad 0.4 \quad 0.1).$$

(4) 建立模糊关系矩阵 R . 模糊关系矩阵 R 表示的是因素集 A 与备择集 B 之间的一种模糊的满足关系程度.具体地,当设计参数取备择集 B 中的某一元素 B_j 时,对于因素集 A 中因素 A_i 的满足程度为 R_{ij} .针对本文的研究对象,模糊关系矩阵 R 确定如下:

$$R = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.5 & 0.4 & 0.3 & 0.2 & 0.1 \\ 0.5 & 0.45 & 0.4 & 0.35 & 0.3 & 0.2 \\ 0.2 & 0.25 & 0.3 & 0.35 & 0.4 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

(5) 模糊综合决策向量 C . 根据模糊变换原理,得到模糊综合决策模型 $C = a \cdot R$. 将以上确定的权重集和模糊关系矩阵代入得到模糊综合决策向量 C :

$$C = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.4 & 0.35 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.5 & 0.4 & 0.3 & 0.2 & 0.1 \\ 0.5 & 0.45 & 0.4 & 0.35 & 0.3 & 0.2 \\ 0.2 & 0.25 & 0.3 & 0.35 & 0.4 & 0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.4 & 0.35 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix}.$$

由于采用的是 Zadeh 算子模型,突出主因,从而存在相同的结果,在这种情况下可以采用加权平均的方法确定最佳参数.

$$B^* = \frac{\sum_{j=1}^m C_j B_j}{\sum_{j=1}^m C_j}. \quad (7)$$

将本文研究对象的具体数据代入计算得到, $B^* = 22.4 \mu\text{m}$. 故取综合最佳修形量的最大值为 $22.5 \mu\text{m}$.

不同几何参数及载荷参数条件下,齿廓单目标最佳修形量及多目标的综合最佳修形量如表 3 所示.

表 3 几何参数与载荷参数均不同条件下齿廓最佳修形量统计分析表

Table 3 Statistical analysis of the optimal modification amount under different geometric and load parameters

齿数	模数	功率/kW / 转速/ (r·min ⁻¹)	单目标最佳修形量,Δ _{max} /μm			最大修形量的备择集	多目标最 佳修形量， Δ _{max} /μm	修正 系数， X _c
			载荷分配	传动误差	齿面闪温			
17/25	3	20/2000	38. 0	38. 0	23. 2	[8 35 32 29 26 23. 2]	32	0. 842
23/30	2	50/1500	51. 5	51. 5	31. 5	[1. 5 47. 5 43. 5 39. 5 35. 5 31. 5]	43. 5	0. 845
27/35	3	80/2000	26. 5	26. 5	16. 2	[6. 5 24. 5 22. 5 20. 5 18. 5 16. 2]	22. 5	0. 849
33/45	4	150/2500	18. 9	18. 9	11. 5	[18. 9 17. 4 15. 9 14. 4 12. 9 11. 5]	15. 9	0. 841
43/92	2. 5	200/3000	17. 1	17. 1	10. 4	[17. 1 15. 8 14. 5 13. 2 11. 8 10. 4]	14. 5	0. 848
平均修正系数								0. 845

从表 3 中的数据分析可知,在不同的几何参数和不同的载荷参数条件下,单目标的最佳修形量与多目标综合最佳修形量之间存在一定的比例关系.多目标

综合最佳修形量可取不考虑齿面闪温的单目标条件下的最佳修形量的 84.5%,即单双齿啮合交点 B 、 D 的变形量的 84.5%.因此,可引入多目标条件下综合最

佳修形量的修正系数 X_c , 对单目标最佳修量进行修正, 从而得到多目标的综合最佳修形量。修正系数 X_c 的取值为 0.845。多目标综合最佳修形量的计算公式为 $\Delta = X_c \Delta_{\max} (x/L)^{\beta_c}$ 。

故综合考虑载荷分布、传动误差和齿面闪温时, 基于模糊综合决策的齿廓最佳修形参数为: 最佳修形方式为长修形, 最佳修形量的计算公式为 $\Delta = X_c \Delta_{\max} (x/L)^{\beta_c}$ 。

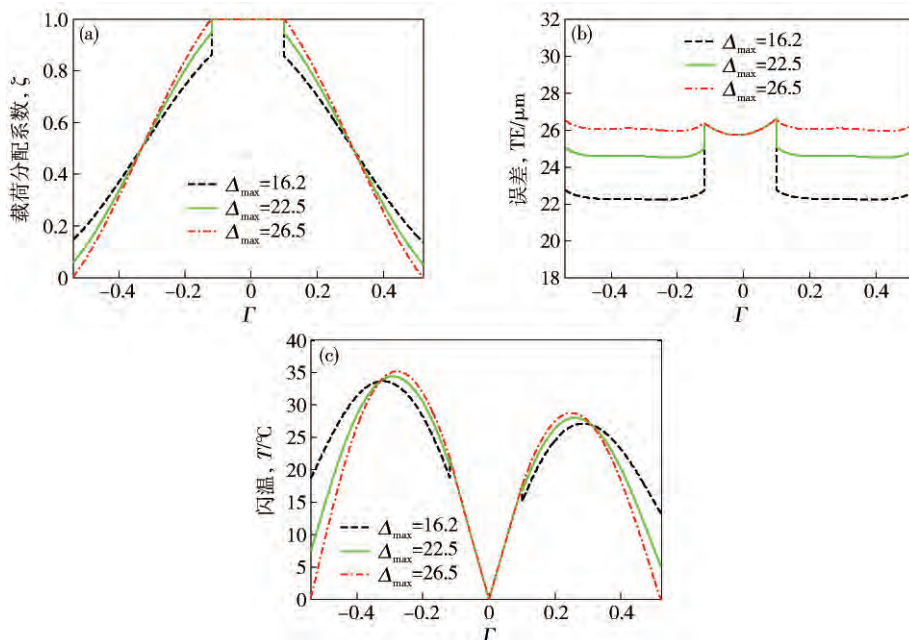


图9 最佳修形参数下各因素沿啮合线的分布。(a) 载荷分配系数; (b) 传动误差; (c) 齿面闪温

Fig. 9 Distribution of the factors along the meshing line under the optimal parameters: (a) load sharing-ratio; (b) transmission error; (c) flash temperature

5 结论

(1) $\Delta_{\max}$ 影响载荷变化的连续性; 修形方式和 β_c 则影响双齿啮合区载荷分配系数 ζ 变化的非线性程度, 同时影响传动误差的波动。当 $\Delta_{\max}$ 超过最佳修形量时, 将改变单、双齿啮合区交替点的位置, 使单齿啮合区增大, 双齿啮合区减小。

(2) 考虑载荷分配或传动误差的单目标时, 最佳修形参数为: $\Delta_{\max}$ 取单双齿交替处 B、D 点的变形量, β_c 取 1.43, 修形方式以长修形为宜。

(3) 考虑齿面闪温的单目标时, 最佳修形参数为: $\Delta_{\max}$ 取啮入端双齿啮合区的中点 B_1 的变形量, β_c 取 1.43, 修形方式为长修形。

(4) 引入了多目标条件下修形量的修正系数 X_c , 给出了多目标条件下修形量的计算公式。综合考虑齿间载荷分布、传动误差和齿面闪温的多目标时, 根据模糊综合决策得到的最佳修形参数为: 最佳修形方式为长修形, 最佳修形量 $\Delta = X_c \Delta_{\max} (x/L)^{\beta_c}$, 最佳修形指数 $\beta_c = 1.43$ 。

$L)^{\beta_c}$, 最佳修形指数 $\beta_c = 1.43$ 。

针对本文研究对象, 在综合最佳修形参数下的载荷分配、传动误差和齿面闪温沿啮合线的分布如图 9 中绿色线条所示。在最佳修形参数下, 载荷突变量为 0.054, 突变率为 5.4%; 误差的波动量为 $1.5 \mu\text{m}$, 波动率为 5.7%; 齿面最高闪温为 34.4°C , 比未修形状态下降低 28.3%。

参考文献

- [1] Xue J H, Li W. Research on gear system scuffing load capacity and its numerical calculation methods. *J Beijing Inst Technol*, 2014, 34(9): 901
- [2] 薛建华, 李威. 齿轮热胶合承载能力数值计算方法研究. *北京理工大学学报*, 2014, 34(9): 901
- [3] Bonori G, Barbieri M, Pellicano F. Optimum profile modifications of spur gears by means of genetic algorithms. *J Sound Vib*, 2008, 313(3-5): 603
- [4] Barbieri M, Bonori G, Pellicano F. Corrigendum to: optimum profile modifications of spur gears by means of genetic algorithms. *J Sound Vib*, 2012, 331(21): 4825
- [5] Fuentes A, Nagamoto H, Litvin F L, et al. Computerized design of modified helical gears finished by plunge shaving. *Comput Methods Appl Mech Eng*, 2010, 199(25-28): 1677
- [6] Chapron M, Velez P, Bruyere J, et al. Optimization of profile modifications with regard to dynamic tooth loads in single and double-helical planetary gears with flexible ring-gears. *J Mech Des*, 2015, 138(2): 023301
- [7] Jiang J K, Fang Z D, Bian X. Optimal design of longitudinal correction of double helical gear. *J Harbin Inst Technol*, 2013, 45(11): 86

- (蒋进科, 方宗德, 卞翔. 人字齿轮齿向修形优化设计. 哈尔滨工业大学学报, 2013, 45(11): 86)
- [7] Pedrero J I, Pleguezuelos M, Artes M, et al. Load distribution model along the line of contact for involute external gears. *Mech Mach Theory*, 2010, 45(5): 780
- [8] Chen S Y, Tang J Y, Wang Z W, et al. Effect of modification on dynamic characteristics of gear transmissions system. *Chin J Mech Eng*, 2014, 50(13): 59
- (陈思雨, 唐进元, 王志伟, 等. 修形对齿轮系统动力学特性的影响规律. 机械工程学报, 2014, 50(13): 59)
- [9] Xue J H, Li W. Prediction methods of gear system temperature fields. *J Univ Sci Technol Beijing*, 2014, 36(2): 252
- (薛建华, 李威. 齿轮系统的温度场预测方法. 北京科技大学学报, 2014, 36(2): 252)
- [10] Wang K L, Cheng H S. A numerical solution to the dynamic load, film thickness, and surface temperatures in spur gears: Part I. Analysis. *J Mech Des*, 1981, 103(1): 177
- [11] Anifantis N, Dimarogonas A D. Flash and bulk temperatures of gear teeth due to friction. *Mech Mach Theory*, 1993, 28(1): 159
- [12] Yang L, Li Y S, Wang Z Q, et al. Analysis of the influence of profile modification to temperature of tooth surface. *J Mech Transm*, 2011, 35(8): 15
- (杨龙, 李应生, 王志强, 等. 齿廓修形对齿轮齿面温度影响分析. 机械传动, 2011, 35(8): 15)
- [13] Yu D Y, Zhang C, Ye S J, et al. Research on the influence of gear shift and modification on the tooth contact temperature. *J Mech Transm*, 2014, 38(1): 5
- (于东洋, 张超, 叶盛鉴, 等. 齿轮变位及修形对齿面接触温度的影响研究. 机械传动, 2014, 38(1): 5)
- [14] Xue J H, Li W. Tooth profile modification mechanism and its influence on temperature fields. *J Northeast Univ Nat Sci*, 2013, 34(12): 1763
- (薛建华, 李威. 齿廓修形机理及其对温度场的影响. 东北大学学报(自然科学版), 2013, 34(12): 1763)
- [15] Xue J H, Li W, Li Q C. Dynamic load and thermal elastohydrodynamic lubrication of gear system based on time-varying stiffness. *J Cent South Univ Sci Technol*, 2014, 45(8): 2603
- (薛建华, 李威, 李启超. 基于时变刚度的齿轮系统动载荷及热弹流润滑分析. 中南大学学报(自然科学版), 2014, 45(8): 2603)
- [16] Gong M Y, Chen S C, Wang Y J. *Strength Calculation and Structure Design of Involute Cylindrical Gear*. Beijing: China Mechine Press, 1986
- (龚沐义, 陈式椿, 王永洁. 渐开线圆柱齿轮强度计算与结构设计. 北京: 机械工业出版社, 1986)