

# 轧制时接触表面微观形体模型的优化

高永生\*      汪根祥\*\*

**摘要:** 本文利用刚性微凸体和塑性微凸体的相互作用模型模拟轧制过程中轧辊与轧件的相互作用, 根据塑性力学的上界原理, 并借助于滑移线原理, 优化处理了接触表面微观体形的模型, 揭示了微凸体几何形状以及接触面连接强度对摩擦系数的影响。

**关键词:** 上界原理, 滑移线原理, 摩擦系数, 微凸体

## The Optimal Geometry Model of Micro-convexities on the Touching Surface under Rolling

Gao Yongsheng\*      Wang Genxiang\*\*

**ABSTRACT:** With the co-operation between the small stiff convexes and small plastic convexes, the co-operation between rolls and rolled piece has been simulated. Combining the up-bound method with the slipping-line method, the model of micro shape on the touching surface has been optimized. The influences of the micro geometry shape of small convexes and the joint strength between convexes on the friction factor are studied.

**KEY WORDS:** up-bound method, slipping-line method, friction factor, small convexe

加工过程中, 变形区轧件表面上的微凸体沿接触表面作起伏运动, 即在轧件表面形成塑性变形薄层, 从而形成塑性波。

前人对于塑性波的研究同样也基于塑性力学的滑移线原理或上界原理, 但是或者没有对塑性变形层进行充分的讨论<sup>(1)</sup>, 或者由于理论本身的精度问题而误差较大<sup>(2)</sup>。本文从这两方面出发, 利用滑移线的特性对由上界法确定的变形区塑性波模型进行了修正, 结合实测数据, 讨论了微凸体几何形状以及接触面连接强度对摩擦系数的影响。

### 1 假设条件

① 轧辊表面的微凸体  $B$  为刚性微凸体, 其特性角为  $\alpha_1$ , 微凸体的高度  $h_1$  与轧辊的磨损程度有关, 以实测数据为准。

1992-09-18 收稿      第一作者: 男, 35岁, 副研究员, 博士

\* 北京科技大学 (University of Science and Technology Beijing)

\*\* 马鞍山钢铁公司车轮厂 (Wheel Tyre Factory of Ma An Shan Iron and Steel Company)

② 轧件上的微凸体 A 为三角形体，变形前沿宽度  $b_0$  方向各截面相同。对于不同的特性角  $\alpha_1$ ，微凸体 A 的体积  $V$  和原始高度  $h_0$  保持不变，即其原始的底面积为常数：  
 $b_0 l_0 = 2V / h_0 = \text{const}$ ，见图 1。变形过程中，微凸体的宽度保持不变，即所研究的是平面变形问题。

③ 塑性变形时，速度不连续面上的切应力为屈服应力  $\tau = \sigma_0 / \sqrt{3}$ 。

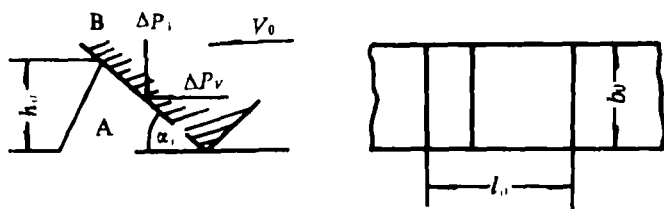


图 1 力学模型

Fig.1 Mechanical model

## 2 速度场

根据假定条件得到运动许可速度场如图 2。变形过程中轧辊上的微凸体 B 压迫轧件上的微凸体 A，当微凸体 A 处于稳定变形阶段时，其高度由  $h_0$  变为  $h_1$ ，底面长度由  $l_0$  变为  $\Delta l(AC)$ ，这时微凸体 A 将受到垂直压力  $\Delta P_V$  和水平力  $\Delta P_H$  的作用，而产生塑性变形，变形表面下形成一个深度为  $h_2$  的塑性变形区。将整个变形区划分为两个区域 I 和 II。为了简化计算认为这两个区域均为刚体，因而塑性变形是这两个区域沿速度不连续表面  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$  和  $\Gamma_4$  相对滑动的结果。区域 III 为轧辊上的微凸体，系刚体。在区域 III 的作用下，区域 II 以速度  $V_{II}$  沿表面  $\Gamma_2$  滑动。区域 II 推动区域 I 沿表面  $\Gamma_3$  以速度  $V_I$  滑动。

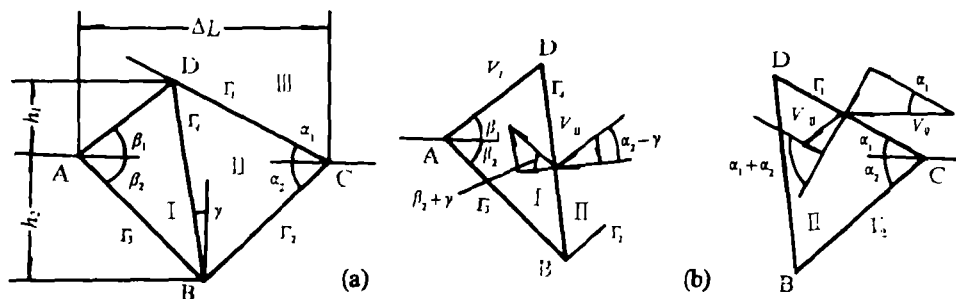


图 2 速度场 (a) 速度不连续; (b) 速端图

Fig.2 Speed field

如微凸体为单位宽度，根据体积不变条件得到：

$$\cot \beta_1 = \frac{2V}{h_1} - \cot \alpha_1 \tag{1}$$

由几何关系得:

$$\tan\beta_2 = \frac{h_2}{h_1(\operatorname{cont}\alpha_1 + \operatorname{cont}\beta_1) - h_2 \operatorname{cont}\alpha_2} \quad (2)$$

根据体积不变条件得:

$$V_{\text{II}} = \frac{\sin\alpha_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} V_0 \quad (3)$$

$$V_{\text{I}} = \frac{\sin\alpha_1 \cos(\alpha_2 - \gamma)}{\cos(\beta_2 + \gamma) \sin(\alpha_1 + \alpha_2)} V_0 \quad (4)$$

式中  $V_{\text{I}}$ ,  $V_{\text{II}}$  分别为区域 I 和区域 II 的速度。

### 3 损失功率计算

所有区域为刚体, 因而只需计算沿各速度不连续表面摩擦或剪切引起的功率损失。

表面  $\Gamma_1$  为轧辊上的微凸体 B 与轧件上的微凸体 A 的接触面。两个区域沿表面  $\Gamma_1$  的相对滑动速度为:

$$\Delta V_1 = \left[ \cos\alpha_1 - \frac{\sin\alpha_1}{\tan(\alpha_1 + \alpha_2)} \right] V_0 \quad (5)$$

表面  $\Gamma_1$  上的摩擦应力为:

$$\tau_1 = m\sigma_s / \sqrt{3} \quad (6)$$

式中  $\sigma_s$  —— 轧件的屈服极限,  $m$  —— 常摩擦因子,  $m = 0 \sim 1$ 。

设轧件上的微凸体为单位宽度, 则表面  $\Gamma_1$  的面积为:

$$S_1 = h_1 / \sin\alpha_1 \quad (7)$$

沿表面  $\Gamma_1$  摩擦引起的功率损失为

$$W_{\text{II}} = \tau_1 \cdot \Delta V_1 S_1 = m \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} V_0 \left[ \cos\alpha_1 - \frac{\sin\alpha_1}{\tan(\alpha_1 + \alpha_2)} \right] \frac{h_1}{\sin\alpha_1} \quad (8)$$

沿表面  $\Gamma_2$ ,  $\Gamma_3$  和  $\Gamma_4$  的剪切应力均为屈服切应力:

$$\tau_i = \sigma_s / \sqrt{3} \quad i = 2, 3, 4 \quad (9)$$

根据速端图可以得到其他表面上的相对滑动速度:

$$\Delta V_2 = \frac{\sin\alpha_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} V_0$$

$$\Delta V_3 = \frac{\sin\alpha_1 \cos(\alpha_2 - \gamma)}{\cos(\beta_2 + \gamma) \sin(\alpha_1 + \alpha_2)} V_0 \quad (10)$$

$$\Delta V_4 = \frac{\sin\alpha_1 \cos(\alpha_2 - \gamma)}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} [\tan(\alpha_2 - \gamma) + \tan(\beta_2 + \gamma)] V_0$$

式中  $\Delta V_2$  —— 区域 II 沿表面  $\Gamma_2$  的滑动速度;

$\Delta V_3$ ——区域 I 沿表面  $\Gamma_3$  的滑动速度;

$\Delta V_4$ ——区域 I 和区域 II 沿表面  $\Gamma_4$  的相对滑动速度。

求得各表面相应的面积:

$$\begin{aligned} S_2 &= h_2 / \sin \alpha_2 \\ S_3 &= h_2 / \sin \beta_2 \\ S_4 &= (h_1 + h_2) / \cos \gamma \end{aligned} \quad (11)$$

各个滑动表面的功率损失为:

$$W_{s_i} = \tau_i \Delta V_i S_i \quad (12)$$

将式 (9), (10) 和式 (11) 分别代入式 (12) 可以求出全部内部滑移面上的功率损失, 再与式 (8) 合并可得到轧件上微凸体 A 变形总共需要的功率:

$$\begin{aligned} J &= \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} V_0 \left\{ m \left( \cos \alpha_1 - \frac{\sin \alpha_1}{\tan(\alpha_1 + \alpha_2)} \right) \frac{h_1}{\sin \alpha_1} + \frac{\sin \alpha_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} \cdot \frac{h_2}{\sin \alpha_2} \right. \\ &+ \frac{\sin \alpha_1 \cos(\alpha_2 - \gamma)}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} \cdot [\tan(\alpha_2 - \gamma) + \tan(\beta_2 + \gamma)] \frac{h_1 + h_2}{\cos \gamma} \\ &\left. + \frac{\sin \alpha_1 \cos(\alpha_2 - \gamma)}{\cos(\beta_2 + \gamma) \sin(\alpha_1 + \alpha_2)} \cdot \frac{h_2}{\sin \beta_2} \right\} \quad (13) \end{aligned}$$

其中:  $\gamma = \tan^{-1} \frac{h_1 \cot \alpha_1 - h_2 \cot \alpha_2}{h_1 + h_2}$

#### 4 计算结果及讨论

注意到轧辊与轧件的实际接触面积为:  $\Delta S_r = h_1 \cot \alpha_1$

名义接触面积则为:  $\Delta S_n = \Delta l$

因此式 (13) 实际上单位名义微元接触面积  $\Delta S_n$  上使轧件变形所需要的功率, 进而得到在微元面积  $\Delta S_n$  上使金属变形所需的水平推力为:

$$\Delta P_{II} = \frac{J}{V_0} \Delta S_n \quad (14)$$

在整个接触滑移区为使金属变形所需的水平推力可由下式表达:

$$P_{II} = \frac{1}{S_0} \int_{S_0} C_0 \frac{J}{V_0} dS \quad (15)$$

式中:  $S_0$ ——接触区(滑移区)面积;  $C_0$ ——表面微凸体分布不均匀系数,  $0 < C_0 < 1$ 。

根据界面  $\Gamma_1$  上微凸体 A 与 B 之间的相互作用力, 同时可得对变形区得垂直压力  $P_v$ :

$$P_v = \frac{1}{S_0} \int_{S_0} C_0 \left( \frac{J}{V_0} \cot \alpha_1 - m \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \frac{h_1}{\sin^2 \alpha_1} \right) dS \quad (16)$$

轧辊与轧件间相对滑动时的摩擦系数为:  $f = P_H / P_V$

即:

$$f = \frac{J}{J \cot \alpha_1 - m \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} V_0 \cdot \frac{h_1}{\sin^2 \alpha_1}} \tag{17}$$

式 (13)、(15)、(16) 和 (17) 中各物理量均是由变形区形状, 以及实际接触面上的摩擦性质所决定的多元函数, 确定其值还须根据现场实测的接触表面的形状参数, 以及对计算模型本身的进一步简化来进行。

① 微凸体高度  $h_1$ : 从统计和平均的角度出发, 将  $h_1$  视作表面粗糙度平均算术偏差的实测值  $Ra (Ra \approx 2.73\mu m)^{[3]}$ 。

② 为使计算结果更趋于实际情况, 按滑移线的莫尔理论确定图 2(a) 中各个角度:

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 0.5 \cos^{-1}(\tau / K) \tag{18}$$

$$\beta_1 + \beta_2 = \pi / 4 \tag{19}$$

图 3 是根据式 (13) 所得的计算结果, 表述了微凸体几何形状  $\alpha_1$  与变形功率之间的关系, 其中以表征微凸体连接强度的系数  $m$  为参数。随  $\alpha_1$  的变化, 形成变形的最低能量点, 这是因为由实测数据确定了微凸体高度, 在计算中为常值。 $\alpha_1$  角较小时, 两微凸体接触面积较大, 而且变形区内部速度不连续线面积较大, 因此变形所需能量大。经过最低能量点后, 随  $\alpha_1$  角增大, 图 2 中  $\gamma$  角的方向改变, 速度场模型变化很大, 这时两微凸体的接触面积有所减小, 但速度不连续面积增大是主要方面, 结合各个区域上的速度变化得出变形所需能量增大。

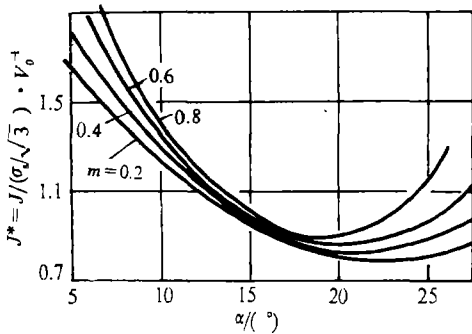


图 3 特性角  $\alpha_1$  对相对变形功率的影响  
Fig.3 Effect of  $\alpha_1$  on relative deformation power

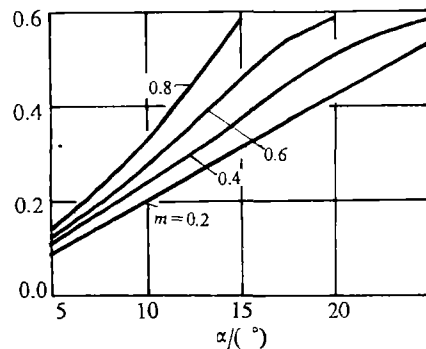


图 4 特性角  $\alpha_1$  对摩擦系数的影响  
Fig.4 Effect of  $\alpha_1$  on friction factor

根据图 3 研究轧件的变形特性, 可以得到接触面上的轧辊最佳表面特性, 即轧辊表面微凸体特性角  $\alpha_1$  在  $10^\circ \sim 25^\circ$  之间时轧件变形所需能量最低。

图 3 还表征了微凸体间连接强度对变形能的影响。连接强度越大, 变形所需的功率就越大。如果接触表面上有汽膜或者润滑剂膜使连接强度降低, 变形功率降低。这一点也能根据连接强度对摩擦系数  $f$  的影响得出, 如图 4。

摩擦系数  $f$  随  $\alpha_1$  增大而增大 (图 4)。在  $m$  值较低时,  $\alpha_1$  与  $f$  间呈基本线性关系。由于随  $\alpha_1$  增大, 它对切向的作用效果大于垂直方向, 因而当  $m$  较大时, 在曲线的末端曲线斜率有所降低。

将式(13)对  $h_2$ 、 $\alpha_1$  及  $m$  3 个变量进行最优化处理, 可以确定在一定条件下轧件表面下塑性变形层的深度  $h_2$  与特性角  $\alpha_1$  和微凸体间连接强度系数  $m$  之间的关系 (图 5)。塑性变形层的深度随  $\alpha_1$  增大而减小, 这是因为在微凸体体积一定的情况下, 特性角  $\alpha_1$  小, 微凸体间的接触面积大, 因而塑性变形容易深入到轧件表层下面。微凸体件的连接强度对塑性变形层的影响不是很明显。

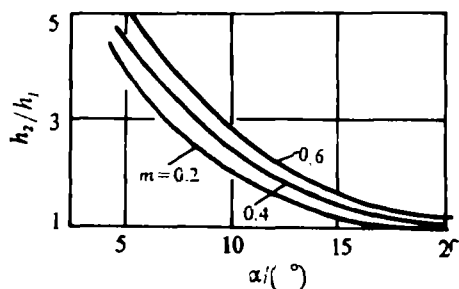


图 5 特性角  $\alpha_1$  对相对变形深度的影响

Fig.5 Effect of  $\alpha_1$  on relative deformation depth

### 5 结 论

- (1) 建立了表面微凸体相互作用力学模型, 对微凸体参数和变形情况进行了最优化处理, 对于轧制变形区内轧件与轧辊的相互滑动的过程做了开拓性的工作。
- (2) 塑性加工中轧辊表面微凸体的最佳特性角  $\alpha_1$  在  $10^\circ \sim 25^\circ$  之间。相同条件下随微凸体间连接强度的升高, 有最低能量点对应的最佳特性角变小。
- (3) 特性角  $\alpha_1$  与连接强度  $m$  的增加, 都会使接触面摩擦系数增加。
- (4) 特性角增加, 塑性变形层深度减小。连接强度增加可使变形层深度增大。

### 参 考 文 献

- 1 Challen J M等. 有关金属加工过程中滑动和粘着摩擦机构的一些新设想, 世界塑性加工最新技术, 1979
- 2 Aritzur B等. 模具与工件之间摩擦过程的一个模型, 世界塑性加工最新技术, 1979
- 3 高永生. 博士学位论文, 北京科技大学机械工程系, 1991